

جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح  
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹  
تعداد برگ سؤال: ۱ برگ

ش سندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره دوم) نوبت امتحانی: دی ماه  
نام خانوادگی: نام پدر: نام: پایه: چهارم  
سؤال امتحان درس: دیفرانسیل نام دبیر: جناب آقای ناری ایبانه سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

۱- ثابت کنید اگر برای هر عدد حقیقی  $\varepsilon > 0$  داشته باشیم:  $0 < x < \varepsilon$ ، آن گاه  $x = 0$  (نمره ۱)

۲- جواب هایی از نامعادله  $\sqrt{x^2 - 9} < \frac{1}{x}$  را به دست آورید که در بازه  $(\frac{1}{10}, 3 + \frac{1}{10})$  قرار دارند. (نمره ۱)

۳- به ازای مقادیر  $n_0, n \geq n_0$ ، اگر فاصله  $n$  نقاط نظیر دنباله  $\left\{ \frac{4n+1}{3n-2} \right\}$  از نقطه  $0.2$  همگرایی خود، کم تر از  $0.2$  باشد، کوچک ترین مقدار  $n_0$  کدام است؟ (نمره ۱)

۴- همگرایی، کران داری و یکنوایی (صعودی یا نزولی) دنباله های زیر را بررسی کنید. (نمره ۴)

$$۱) a_n = n \cos\left(\frac{(-1)^n}{n}\right) \quad ۲) b_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{2n-1} \quad ۳) a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}, a_1 = 1 \quad ۴) a_n = \frac{\sin n}{n}$$

۵- به کمک دنباله ها، ثابت کنید تابع  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$  در  $x = 0$  حد ندارد. (نمره ۱)

۶- مطلوب است محاسبه  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$  حدود زیر: (نمره ۴)

$$۱) \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^-} \left[ -\frac{1}{x^2} \right] \quad ۲) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2} \quad ۳) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 4}} \right)$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 0} \left( [2x] + [-2x] \right) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$$

۷- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax + b & |x| \geq 1 \\ x[x] & |x| < 1 \end{cases}$  روی  $R$  پیوسته است. نمودار این تابع، خط  $x = 2$  را با کدام عرض قطع می کند؟ (نمره ۲)

۸- یکی از ریشه های حقیقی معادله  $x^3 + 2x^2 - 4x - 3 = 0$  در کدام بازه  $(a, b)$  قرار دارد؟ (با راه حل) (نمره ۱)

$$(1) \left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right) \quad (2) (-1, -\frac{3}{4})$$

$$(3) \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad (4) \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

