

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح  
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶ / ۱۰ / ۰۹  
تعداد برگ سوال: ۱

نوبت امتحانی: دی ماه  
نام پدر: پایه: چهارم  
نام: سال تحصیلی: ۹۶-۹۷  
نام دبیر: جناب آقای ناری ابیانه  
ش صندلی (ش داوطلب):  
نام خانوادگی:  
سوال امتحان درس: دیفرانسیل

۱- ثابت کنید اگر برای هر عدد حقیقی  $\epsilon > 0$  داشته باشیم:  $\exists x \in \mathbb{R}$  ، آن‌گاه  $|x| = \epsilon$ . (۱ نمره)

۲- جواب‌هایی از نامعادله  $\sqrt{x^2 - 9} < \frac{1}{100}$  را به دست آورید که در بازه‌ی متقارن  $(\frac{1}{10}, \frac{1}{3} + \frac{1}{3})$  قرار دارند. (۱ نمره)

۳- به ازای مقادیر  $n \geq n_0$ ، اگر فاصله‌ی نقاط نظیر دنباله‌ی  $\left\{ \frac{4n+1}{3n-2} \right\}$  از نقطه‌ی همگرایی خود، کمتر از  $0.2$  باشد، کوچک ترین مقدار  $n_0$  کدام است؟ (۱ نمره)

۴- همگرایی، کران داری و یکنواحی (صعودی یا نزولی) دنباله‌های زیر را بررسی کنید. (۴ نمره)

$$1) a_n = n \cos\left(\frac{(-1)^n}{n}\right) \quad 2) b_n = \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{2n-1} \quad 3) a_{n+1} = \sqrt{\varepsilon + a_n}, \quad a_1 = 1 \quad 4) a_n = \frac{\sin n}{n}$$

۵- به کمک دنباله‌ها، ثابت کنید تابع  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$  در  $x=0$  حد ندارد. (۱ نمره)

۶- مطلوب است محاسبه‌ی حدود زیر: (۴ نمره)

$$1) \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^-} \left[ -\frac{1}{x^2} \right] \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2} \quad 3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 4}} \right)$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left( [2x] + [-2x] \right) \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \sqrt{1+x^2}}$$

۷- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax + b & |x| \geq 1 \\ x[x] & |x| < 1 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است. نمودار این تابع، خط  $x=2$  را با کدام عرض قطع می‌کند؟ (۲ نمره)

۸- یکی از ریشه‌های معادله  $x^3 + 2x^2 - 4x - 3 = 0$  در کدام بازه‌ی زیر قرار دارد؟ (با راه حل) (۱ نمره)

$$\left(-1, -\frac{3}{4}\right) \quad (2) \quad \left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

$$\left(0, \frac{1}{2}\right) \quad (4) \quad \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad (3)$$

۹- مجانب های تابع زیر را تعیین کنید. (۲ نمره)

$$1) f(x) = \frac{x^r + x + 1}{x^r + 3}$$

$$2) f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

۱۰- پاسخ دهید: (۱/۵ نمره)

- الف) تابعی بنویسید که فقط در یک نقطه حد داشته باشد.
- ب) دباله ای با جملات گویا بنویسید که به یک عدد گنگ همگرا باشد.
- ج) دباله ای بنویسید که همگرا و کران دار باشد ولی یکنوا باشد.
- د) دو تابع بنویسید که هردو در نقطه‌ای مانند  $a$  حد نداشته باشند ولی حاصل ضرب آن‌ها در  $a$  حد داشته باشد.
- ه) کسر گویای مساوی عدد  $\frac{234}{20}$  را بنویسید.
- ز) اگر  $a$  گویا باشد، مثالی بزنید که  $a$  به توان یک عدد گنگ، گویا شود.

۱۱- حل تست‌های زیر را در برگه جواب ارائه کنید. (۱/۵ نمره)

$$\text{؟} \quad \left\{ f(a_n) \right\} \text{ به کدام عدد زیر، همگراست?} \quad a_n = \sqrt{n^r + 4n} - n \quad f(x) = x \left[ \frac{x}{2} \right] - \left[ \frac{2}{x} \right] - 1$$

-۱ (۲) ۱ (۱)

-۲ (۴) ۲ (۳)

$$\text{؟} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left( x^4 + ax^3 + b \right) \left[ \frac{1}{x-1} \right] = 4 \quad \text{اگر} \quad -۲$$

• (۲) ۲ (۱)

-۱ (۴) ۱ (۳)

۳- تابع  $x^4$  در بازه‌ی  $(-\infty, \sqrt{13}, \alpha]$  در نقطه ناپیوسته است. بزرگترین مقدار  $\alpha$  کدام است؟

۴ (۲)  $\sqrt{18}$  (۱)

$\sqrt{15}$  (۴)  $\sqrt{12}$  (۳)